

Tarea 1

Esta tarea tiene tres secciones. La primera sección tiene un peso de 15%, la segunda sección tiene un peso de 15%, la tercera sección tiene un peso de 35% y la cuarta tiene un peso de 35%.

2. El periódico Reforma llevó a cabo una encuesta de opinión en donde los derecho-habientes califican al IMSS.

La metodología de la encuesta se describe de la siguiente manera:

"Encuesta realizada por el Departamento de investigación del Reforma a 500 derecho-habientes del IMSS los días 28, 29 y 30 de marzo de 1995. El cuestionario fue de tipo entrevista personal y solo se aplicó a personas que dijeron estar aseguradas".

Conteste lo siguiente:

a) ¿Qué constituye la población?

Todas las personas aseguradas por el IMSS.

b) ¿La población es finita o infinita?

Finita.

c) ¿Qué constituye la muestra y cuál es su tamaño?

500 derecho-habientes del IMSS

2. La siguiente tabla muestra el ingreso (en miles de pesos) y el consumo mensual (en miles de pesos) para 30 mexicanos

Ingreso	Consumo
28	18.4
36	31.8
34	31.2
36	31.8
10	9
44	40.2
37	26.6
49	43.2
22	14.6
31	22.8
19	13.2
33	23.4
41	33.8
4	-1.8
18	9.4
9	12.2
25	16
16	8.8
45	34
44	32.2
47	37.6
17	9.6
25	23
16	8.8
31	21.8
48	34.4
13	13.4
16	7.8
50	42
24	20.2

a) Calcula la varianza maestral del ingreso y la varianza muestral del consumo. Interpretala.

b) Calcula la covarianza muestral entre consumo e ingreso. Interpretala.

c) Calcula el coeficiente de Correlación de Pearson entre consumo e ingreso. Interpretalo.

	Poblacional	Muestral
Varianza Ingreso	173.60	179.58
Varianza Consumo	140.54	145.38
Covarianza	150.35	155.54
Correlacion	0.96	0.96

3. Hay una enfermedad presente en 0.5% de la población.

Existe una prueba para saber si uno cuenta con la enfermedad pero esta no es perfecta:

- Si una persona cuenta con la enfermedad, existe una probabilidad del 99% de que el resultado del examen sea positivo (se equivoca el 1% de los casos).
- Si una persona **no** cuenta con la enfermedad, existe una probabilidad del 5% de que el resultado del examen sea positivo (se equivoca el 5% de los casos).

Considera que A es el evento de tener la enfermedad. Es decir: $P(A)=0.5\%$. Asimismo B es el evento de que la prueba salga positiva, es decir: $P(B|A)=99\%$ y $P(B|A^c)=5\%$, donde A^c se refiere al complemento del evento A.

Recuerda que el complemento de un conjunto A es otro conjunto A^c que contiene todos los elementos (dentro del universo) que no están en A.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la enfermedad no esté presente en una persona aleatoriamente extraída de la población. Es decir, calcula $P(A^c)$

$$100\%-0.5\% = 99.5\%$$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la prueba de un resultado negativo cuando la enfermedad no está presente? Es decir, calcula $P(B^c|A^c)$

$$100\%-5\% = 95\%$$

Recuerda el Teorema de la Probabilidad Total

$$P(X) = P(X|Y_1)P(Y_1) + P(X|Y_2)P(Y_2) + P(X|Y_3)P(Y_3) + \dots + P(X|Y_k)P(Y_k)$$

c) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona escogida de forma aleatoria de toda la población de positivo en la prueba? Es decir, calcula $P(B)$

(TIP: Utiliza el teorema de la probabilidad total)

$$P(B) = P(B|A)P(A) + P(B|A^c)P(A^c)$$

$$P(B) = .99 * 0.005 + 0.05 * .995 = 0.0547 = 5.47\%$$

d) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona escogida de forma aleatoria de toda la población de negativo en la prueba? Es decir, calcula $P(B^c)$

$$P(B^c) = 1 - P(B) = .9453 = 94.53\%$$

Recuerda el Teorema de Bayes

$$P(X|Z) = \frac{P(X) * P(Z|X)}{P(Z)}$$

e) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona tenga la enfermedad si es que dio positivo en la prueba? Es decir, calcula $P(A|B)$. TIP: Utiliza el teorema de Bayes.

$$P(A|B) = \frac{P(A) * P(B|A)}{P(B)} = \frac{0.005 * .99}{0.0547} = 9.05\%$$

f) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona no tenga la enfermedad si es que no dio positivo en la prueba? Es decir, calcula $P(A^c|B^c)$. TIP: Utiliza el teorema de Bayes.

$$P(A^c|B^c) = \frac{P(A^c) * P(B^c|A^c)}{P(B^c)} = \frac{0.995 * .95}{.9453} = 99.995\%$$

g) Considerando tus respuestas “e” y “f”, ¿consideras que la prueba es confiable? Explica tu respuesta

Si la prueba es negativa puedes estar casi seguro de que no tienes la enfermedad. Sin embargo, si tu resultado es positivo la probabilidad de que no tengas la enfermedad es muy alta (90.95%). Por lo tanto la prueba no es muy confiable (al menos para cuando obtienes resultados positivos)

4. Una variable aleatoria es normalmente distribuida con media $\mu = 50$ y con desviación estándar de $\sigma = 5$.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la variable aleatoria tome un valor entre 45 y 55?

68.27%

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la variable aleatoria tome exactamente el valor de 50?

0

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la variable aleatoria tome un valor arriba de 50?

50%

d) ¿Cuál es la probabilidad de que la variable aleatoria tome un valor entre 0 y 40?

2.28%

e) La probabilidad de que la variable aleatoria X tome el valor de x_0 ó mayor de x_0 es de 15%. ¿Cuál es el valor numérico de x_0 ?

$$\begin{aligned}P(X \geq x_0) &= 15\% \\P(X \leq x_0) &= 85\% = F(x_0) \\x_0 &= 55.18\end{aligned}$$

f) ¿Cuál es el coeficiente de asimetría (tercer momento estandarizado) de la variable aleatoria y cuál es el coeficiente de curtosis (cuarto momento estandarizado) de la variable aleatoria.

- **Asimetría = 0**
- **Curtosis = 3**

Esto lo sabemos porque es así para cualquier variable aleatoria distribuida de forma normal.