## **Preliminares del Durbin-Watson**

- El estadístico Durbin-Watson sirve para verificar si hay correlación serial.
- Sin embargo solo sirve cuando la correlación es de orden uno (sólo un rezago en el error) y cuando hay una constante en la regresión.
- Mientras mas cercano sea a dos hay mayor ausencia de correlación serial. Mientras mas lejos este de dos hay mas presencia de correlación serial.
- Como prueba de dedo decimos que hay ausencia de correlación serial si el estadístico Durbin Watson está entre 1.85 y 2.15.

$$d \approx 2(1 - \hat{\rho})$$

Donde $\hat{\rho} = Corr(u_t,\, u_{t-1})$

## **Prueba de Durbin Watson**

- Supuestos:
  1. $u_t = \rho\, u_{t-1} + \epsilon_t$ donde $\epsilon_t$ es ruido blanco y $\rho = Corr(u_t,\, u_{t-1})$.
  2. El modelo incluye intercepto.
  3. $u_t$ se distribuye normalmente.
- Las hipótesis son:
  - $\mathrm{H_0}$: No existe Correlación Serial (de primer orden). ($\rho = 0$).
  - $\mathrm{H_A}$: Existe Correlación Serial (de primer orden).
- Definición del estadístico Durbin-Watson:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{T}[\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1}]^2}{\sum_{t=1}^{T}[\hat{u}_t^2]}$$

De esta expresión se puede obtener:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{T}[\hat{u}_t^2 - 2\,\hat{u}_t\,\hat{u}_{t-1} + \hat{u}_{t-1}^2]}{\sum_{t=1}^{T}[\hat{u}_t^2]}$$

Ya que $\sum_{t=2}^{T}[\hat{u}_t^2] \approx \sum_{t=2}^{T}[\hat{u}_{t-1}^2]$

$$d \cong \frac{2\,\sum_{t=2}^{T}[\hat{u}_t^2 - \,\hat{u}_t\,\hat{u}_{t-1}]}{\sum_{t=1}^{T}[\hat{u}_t^2]}$$

$$d \approx 2\left[1 - \frac{\sum_{t=1}^{T}[\,\hat{u}_t\,\hat{u}_{t-1}]}{\sum_{t=1}^{T}[\hat{u}_t^2]}\right]$$

$$d \approx 2\,[1 - \hat{\rho}]$$

Donde $\hat{\rho} = Corr(u_t,\ u_{t-1})$

Ya que $-1 \leq \hat{\rho} \leq 1$, entonces $0 \leq d \leq 4$

**Mediante una Prueba Asintótica**

- No requiere normalidad.
- No requiere del supuesto de que el modelo no incluya rezagos de la variable dependiente.
- Recordemos las hipótesis son:
  - $\mathrm{H_0}$: No existe Correlación Serial (de primer orden). ($\rho = 0$).
  - $\mathrm{H_A}$: Existe Correlación Serial (de primer orden).
- Por Durbin Watson tenemos que:

$$d \approx 2(1 - \hat{\rho})$$

$$\hat{\rho} \approx 1 - \frac{d}{2}$$

De esta forma:

$$\sqrt{n} * \hat{\rho} \xrightarrow[n\to\infty]{} N(0,1)$$

$$\sqrt{n} * \left(1 - \frac{d}{2}\right) \xrightarrow[n\to\infty]{} N(0,1)$$

Rechazamos Ho si:

$\left|\sqrt{n} * \left(1 - \frac{d}{2}\right)\right| > 1.96$ (Al considerar una Z con α=0.05)